

ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ ΘΕΩΡΙΑΣ
ΓΕΝΙΚΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ ΣΟΡΩΝΗΣ
ΤΑΞΗ Γ
ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ
ΠΡΟΣΑΝΑΤΟΛΙΣΜΟΥ ΟΙΚΟΝΟΜΙΑΣ ΔΙΟΙΚΗΣΗΣ
ΔΕΥΤΕΡΑ 28 ΜΑΡΤΙΟΥ 2016

ΘΕΜΑ 1ο

Έστω f μια συνεχής συνάρτηση σε ένα διάστημα Δ . Αν $f'(x) > 0$ σε κάθε εσωτερικό σημείο του Δ , τότε να δείξετε ότι η f είναι γνησίως αύξουσα σε όλο το Δ .

Μονάδες 25

ΘΕΜΑ 2ο

Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν γράφοντας στην κόλα σας τη λέξη **Σωστό**, αν η πρόταση είναι σωστή, ή τη λέξη **Λάθος**, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

A1. Αν για δύο παραγωγίσιμες στο \mathbb{R} συναρτήσεις f, g , που έχουν όριο στο

x_0 ισχύει: $f(x) \leq g(x)$ τότε θα ισχύουν επίσης:

$$\int_{\alpha}^{\beta} f(x) dx \leq \int_{\alpha}^{\beta} g(x) dx \quad \alpha < \beta \quad \Sigma \quad \Lambda$$

$$f'(x) \leq g'(x) \quad \Sigma \quad \Lambda$$

$$\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) \leq \lim_{x \rightarrow x_0} g(x) \quad \Sigma \quad \Lambda$$

Μονάδες 12

A2. Αν μια συνάρτηση f είναι κυρτή σε ένα διάστημα Δ , τότε η εφαπτομένη της C_f σε κάθε σημείο του Δ βρίσκεται “πάνω” από τη γραφική της παράσταση. Σ Λ

A3. Αν η συνάρτηση f είναι παραγωγίσιμη στο \mathbb{R} και δεν είναι αντιστρέψιμη, τότε υπάρχει κλειστό διάστημα $[a, \beta]$, στο οποίο η f ικανοποιεί τις προϋποθέσεις του θεωρήματος Rolle. Σ Λ

A4. Κάθε συνάρτηση, που είναι 1-1 στο πεδίο ορισμού της, είναι γνησίως
 μονότονη. Σ Λ

Μονάδες 13

ΘΕΜΑ 3ο

A. Δίνεται συνάρτηση f δύο φορές παραγωγίσιμη σε διάστημα $[α,β]$.
 Να συμπληρώσετε τον παρακάτω πίνακα:

Πρόσημα της $f''(x)$ στο $(α,β)$	Συμπέρασμα για την $f'(x)$ στο $(α,β)$	Συμπέρασμα για την $f(x)$ στο $[α,β]$
$f''(x) > 0$		
	$f'(x)$ γνησίως φθίνουσα	
		$f(x)$ ευθεία

Μονάδες 10

B. Δίνεται συνάρτηση f συνεχής σε ένα διάστημα $[α,β]$ και παραγωγίσιμη
 στο $(α,β)$.
 Να συμπληρώσετε τον παρακάτω πίνακα:

Σχέση των $f(α)$ και $f(β)$	Θεώρημα	Συμπέρασμα Θεωρήματος
$f(α) \cdot f(β) < 0$		
	Rolle	
$f(α) \neq f(β)$		
	Μέγιστης και Ελάχιστης τιμής	
		Θα υπάρχει ένα τουλάχιστον $\xi \in (α, β)$ ώστε $f'(\xi) = \frac{f(\beta) - f(\alpha)}{\beta - \alpha}$

Μονάδες 15

ΘΕΜΑ 4ο

A. Έστω μια συνάρτηση f δύο φορές παραγωγίσιμη σε ένα διάστημα (α, β) , με εξαίρεση ένα σημείο x_0 , στο οποίο η f είναι συνεχής και η C_f δεν δέχεται εφαπτομένη. Αν εκατέρωθεν του x_0 αλλάζουν τα πρόσημα της $f'(x)$ και της $f''(x)$, τότε το x_0 είναι τετμημένη σημείου καμπής της f ή θέση τοπικού ακροτάτου;

Μονάδες 5

B. Ποιές από τις παρακάτω εξισώσεις είναι ισοδύναμες (έχουν τις ίδιες ακριβώς λύσεις), για οποιεσδήποτε αντίστροφες συναρτήσεις;

(i) $f(x) = x$, (ii) $f^{-1}(x) = x$, (iii) $f^{-1}(x) = f(x)$.

Μονάδες 5

Γ. Δίνεται συνάρτηση f δύο φορές παραγωγίσιμη σε ένα διάστημα Δ . Αν για δύο σημεία x_1, x_2 του Δ με $x_1 < x_2$ ισχύουν $f(x) \leq f(x_1)$ και $f(x) \geq f(x_2)$ για κάθε $x \in \Delta$, τότε να δείξετε ότι υπάρχει $\xi \in (x_1, x_2)$ ώστε $f'(\xi) = 0$.

Μονάδες 15

Καλή Επιτυχία!!!

Ο ΕΙΣΗΓΗΤΗΣ

Χατζηανδρέου Νίκος