

# ΔΕΝΔΡΑ

---

ΠΛΗΡΟΦΟΡΙΚΗ Γ' ΛΥΚΕΙΟΥ

ΠΑΡ. 1.3.2 – ΣΥΜΠΛΗΡΩΜΑΤΙΚΟ ΥΛΙΚΟ

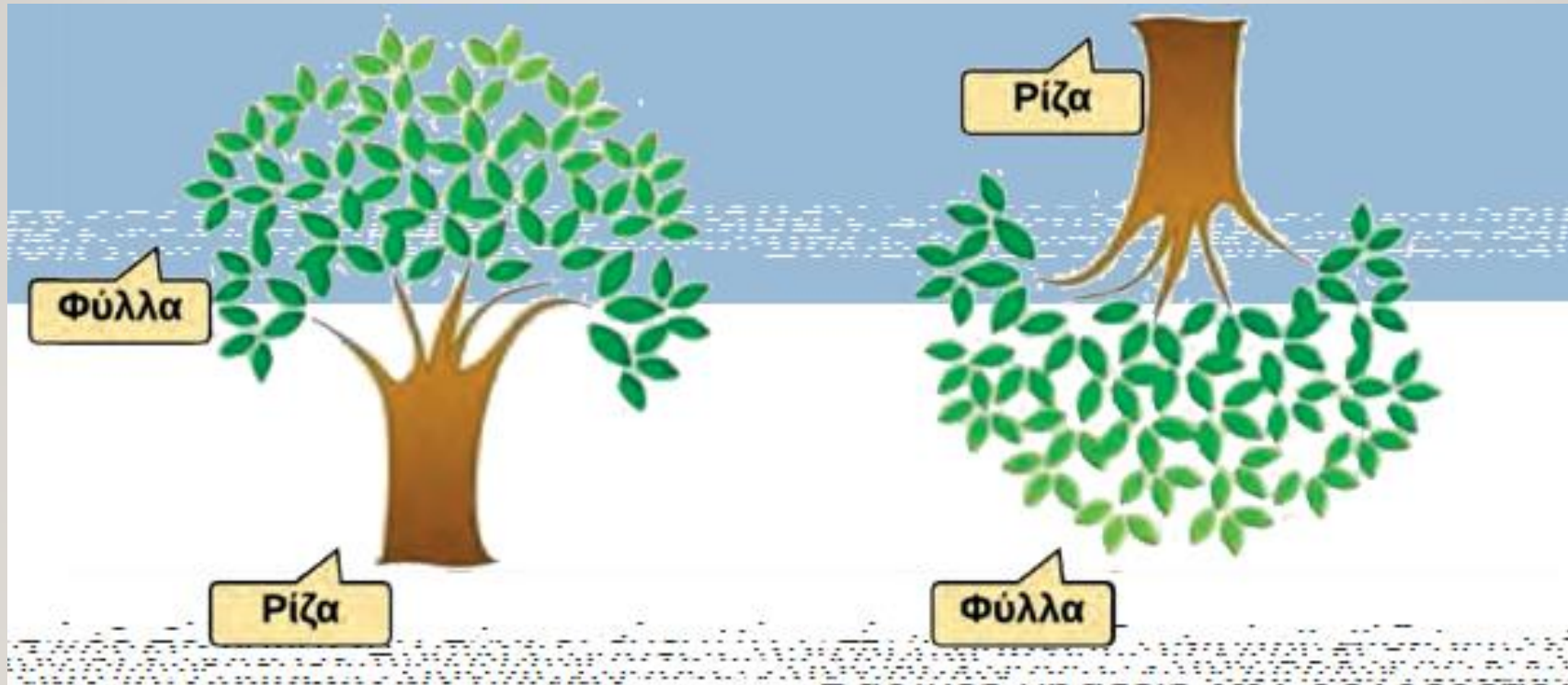
# ΔΕΝΔΡΑ – ΜΗ ΓΡΑΜΜΙΚΗ ΔΟΜΗ

---

- Μερικές φορές τα πράγματα δεν είναι γραμμικά, όπως έχουμε δει μέχρι τώρα. Σε μία γραμμική δομή, μετά από κάθε στοιχείο ακολουθεί ένα άλλο στοιχείο εκτός και αν είναι το τελευταίο.
- Τι συμβαίνει όμως στις περιπτώσεις όπου μετά από ένα στοιχείο ακολουθεί όχι ένα, αλλά δύο, τρία ή και περισσότερα στοιχεία;

# ΔΕΝΔΡΑ – ΜΗ ΓΡΑΜΜΙΚΗ ΔΟΜΗ

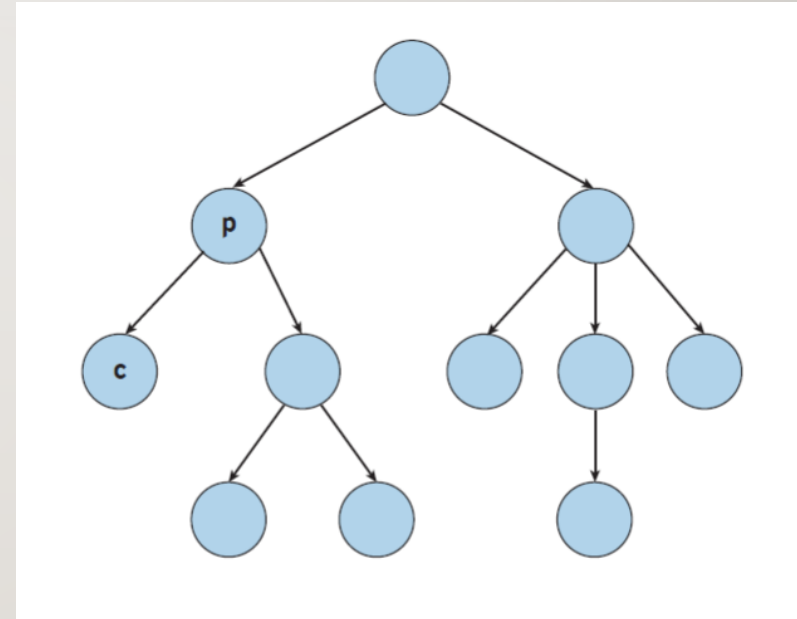
---



# ΔΕΝΔΡΑ – ΚΟΜΒΟΙ ΚΑΙ ΑΚΜΕΣ

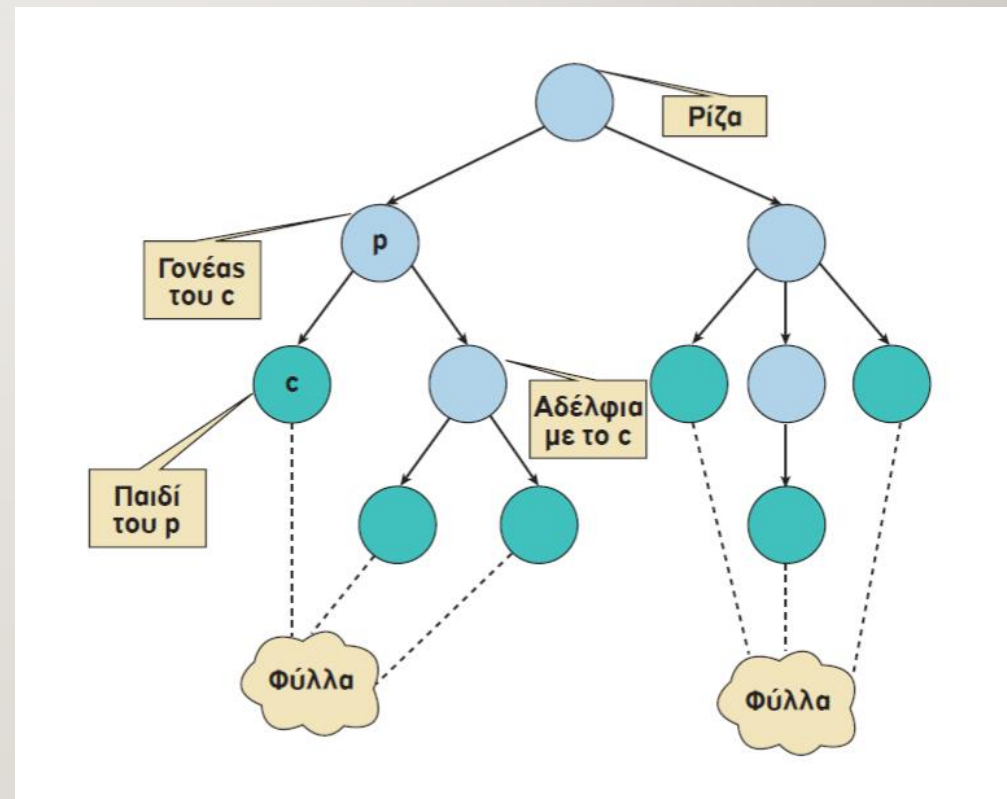
---

- Θα λέγαμε ότι ένα δένδρο αποτελείται από κόμβους, οι οποίοι συνδέονται μεταξύ τους με ακμές.
- Στην διπλανή εικόνα βλέπουμε τους κόμβους με γαλάζιο χρώμα και τις ακμές ως βέλη μεταξύ των κόμβων.

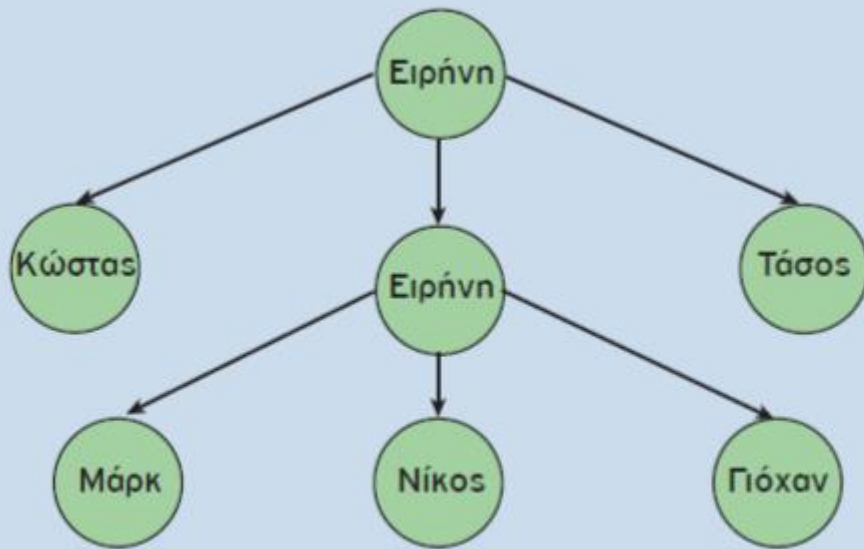


# ΔΕΝΔΡΑ – ΣΧΕΣΕΙΣ ΜΕΤΑΞΥ ΚΟΜΒΩΝ

- Όταν δύο κόμβοι συνδέονται μεταξύ τους με μία ακμή, τότε ονομάζουμε «γονέα» τον κόμβο από τον οποίο ξεκινάει η ακμή και «παιδί» τον κόμβο στον οποίο καταλήγει η ακμή. Στην διπλανή εικόνα ο κόμβος  $p$  είναι γονέας του κόμβου  $c$  και ο κόμβος  $c$  είναι παιδί του κόμβου  $p$ . Ένας κόμβος μπορεί να έχει κανένα, ένα ή περισσότερα παιδιά.
- Όλοι οι κόμβοι, εκτός από έναν, έχουν ακριβώς έναν γονέα. Ο κόμβος χωρίς γονέα ονομάζεται «ρίζα» (root) και βρίσκεται στην κορυφή του δένδρου.
- Κόμβοι με τον ίδιο γονέα ονομάζονται «αδέλφια». Οι κόμβοι χωρίς παιδιά ονομάζονται «φύλλα».



# ΔΕΝΔΡΑ – ΣΧΕΣΕΙΣ ΜΕΤΑΞΥ ΚΟΜΒΩΝ



Εικόνα 1.3.12. Οικογενειακό δένδρο

Στο δένδρο της Εικόνας 1.3.12 βρείτε ποιος/ποιοι κόμβος/κόμβοι είναι:

- ο γονέας του Τάσου
- τα φύλλα του δένδρου
- η ρίζα του δένδρου
- τα παιδιά της Μαρίας
- ποια είναι αδέρφια

# ΔΕΝΔΡΑ - ΟΡΙΣΜΟΣ

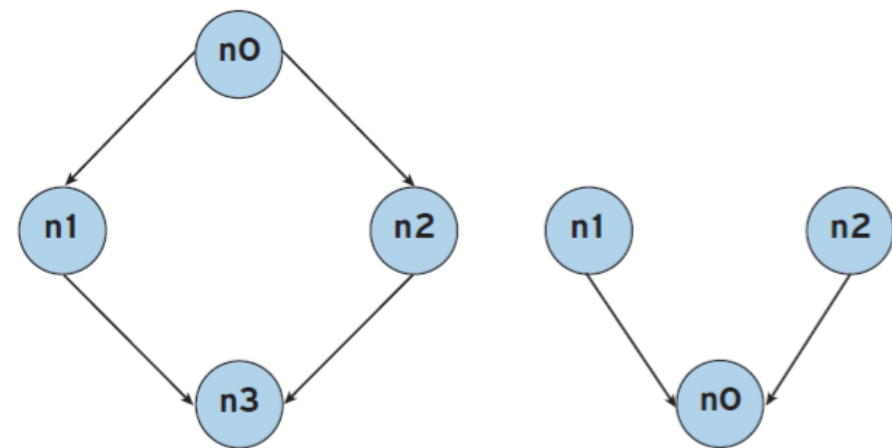
---

Ένα δένδρο (tree) είναι μία δομή που αποτελείται από ένα σύνολο κόμβων και ένα σύνολο ακμών μεταξύ των κόμβων με βάση τους εξής κανόνες:

- Υπάρχει ένας ξεχωριστός κόμβος που ονομάζεται **ρίζα**. Αυτός είναι ένας κόμβος χωρίς γονέα.
- Για κάθε κόμβο  $c$ , εκτός από τη ρίζα, υπάρχει μόνο μια ακμή που καταλήγει στον κόμβο αυτόν ξεκινώντας από κάποιον άλλον κόμβο  $p$ . Ο κόμβος  $p$  ονομάζεται **γονέας** του  $c$  και ο κόμβος  $c$  **παιδί** του  $p$ .
- Για κάθε κόμβο υπάρχει μία μοναδική διαδρομή, δηλαδή, μια ακολουθία διαδοχικών ακμών, που ξεκινάει από τη ρίζα και τερματίζει σε αυτόν τον κόμβο. Δένδρο θεωρούμε και το κενό δένδρο, δηλαδή το δένδρο που δεν έχει ούτε κόμβους, ούτε ακμές. Το κενό δένδρο είναι το μόνο δένδρο χωρίς ρίζα.

# ΔΟΜΕΣ ΠΟΥ ΔΕΝ ΕΙΝΑΙ ΔΕΝΔΡΑ

- Η δομή στα αριστερά δεν είναι δένδρο επειδή ο κόμβος  $n3$  έχει δύο γονείς, τους  $n1$  και  $n2$  και, όπως ξέρουμε, σε ένα δένδρο ένας κόμβος πρέπει να έχει ακριβώς έναν γονέα, με εξαίρεση τη ρίζα, που δεν έχει κανέναν. Επίσης, υπάρχουν δύο διαδρομές από την ρίζα  $n0$  προς τον κόμβο  $n3$ , πράγμα που και αυτό απαγορεύεται σε ένα δένδρο.
- Η δομή στα δεξιά δεν είναι δένδρο διότι υπάρχουν δύο κόμβοι χωρίς γονέα, οι  $n1$  και  $n2$ . Είναι σαν να λέμε ότι έχουμε δύο ρίζες στο δένδρο αυτό. Γνωρίζουμε όμως ότι η ρίζα είναι μοναδική σε ένα δένδρο.

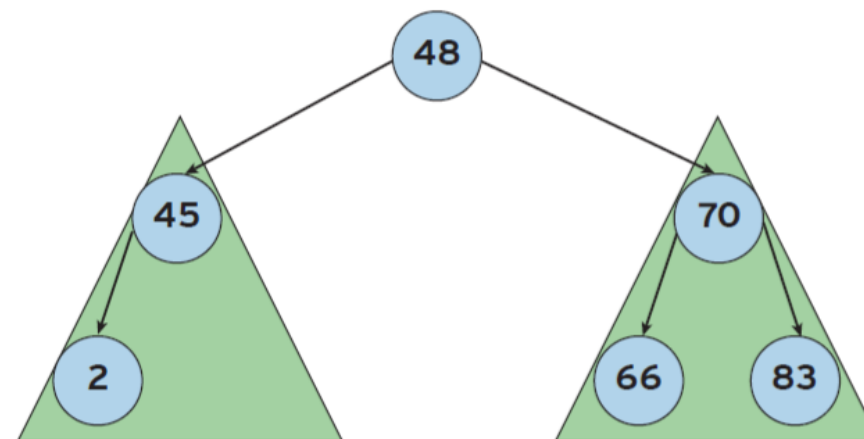


Εικόνα 1.3.13. Δομές που δεν είναι δένδρα



# ΥΠΟΔΕΝΔΡΑ

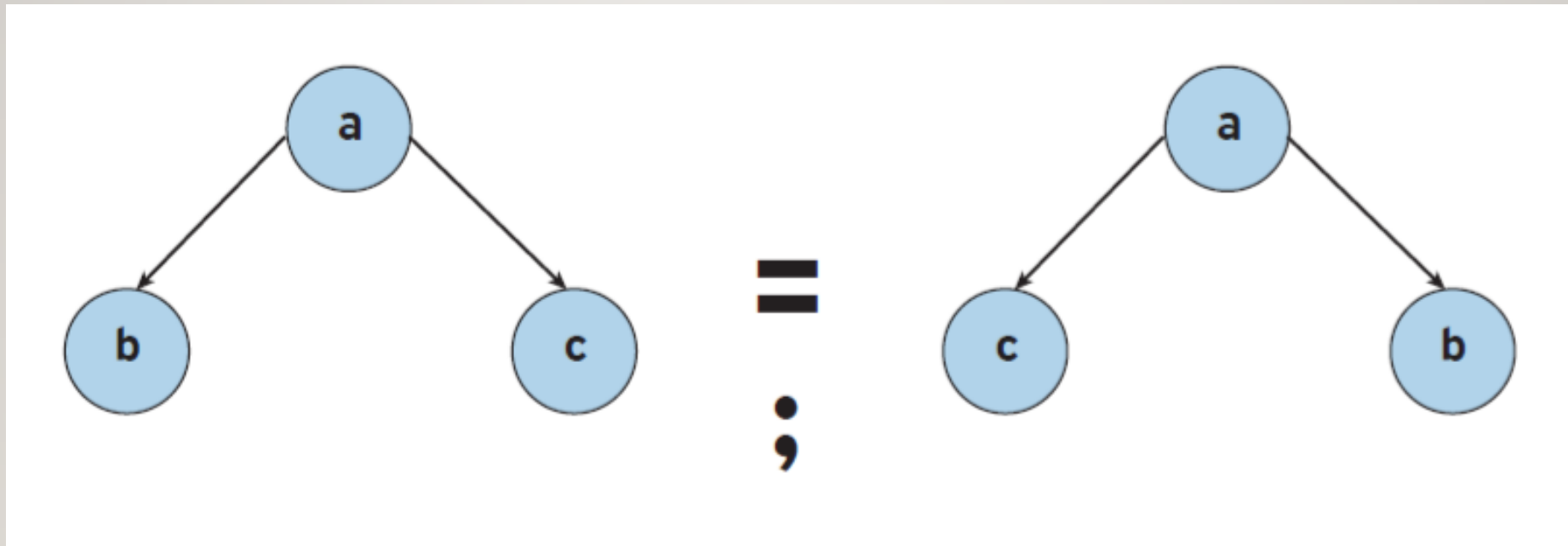
- Μέσα σε ένα δένδρο μπορούμε να εντοπίσουμε και άλλα μικρότερα δένδρα, που ονομάζονται υποδένδρα. Πιο συγκεκριμένα, κάθε κόμβος ενός δένδρου μπορεί να θεωρηθεί ως ρίζα ενός υποδένδρου, δηλαδή ενός άλλου μικρότερου δένδρου, που ξεκινάει από τον κόμβο αυτόν.
- Στο δένδρο της διπλανής εικόνας, όπως φαίνεται και από το σχήμα, ο κόμβος 48 είναι ρίζα και έχει δύο υποδένδρα που ξεκινούν από τους κόμβους 45 και 70 αντίστοιχα.
- Ο κόμβος 45 έχει ένα υποδένδρο που αποτελείται από τον κόμβο 2. Ο κόμβος 70 έχει δύο υποδένδρα που αποτελούνται από τους κόμβους 66 και 83 αντίστοιχα. Τα υποδένδρα των κόμβων 2, 66 και 83 είναι κενά



Εικόνα 1.3.14. Αριστερό και δεξιό υποδένδρο του κόμβου 48

ΠΟΤΕ ΔΥΟ ΔΕΝΔΡΑ ΕΙΝΑΙ ΙΔΙΑ;

---



# ΠΟΤΕ ΔΥΟ ΔΕΝΔΡΑ ΕΙΝΑΙ ΙΔΙΑ;

---

- Τα δύο δένδρα της προηγούμενης εικόνας είναι ίδια ή όχι; Μιλήσαμε για τη σχέση γονέα-παιδιού, αλλά τι γίνεται με τη σχέση μεταξύ των αδελφών; Έχει σημασία η σειρά των αδελφών  $b$  και  $c$ ; Όχι πάντοτε.
- Για παράδειγμα, αν θέλουμε να μοντελοποιήσουμε την ιεραρχική σχέση των μελών μας οικογένειας και μας ενδιαφέρει να οργανώσουμε τα αδέλφια σύμφωνα με την ηλικία τους, τότε τα αδέλφια που θα έχουν γεννηθεί νωρίτερα θα τοποθετηθούν στην δενδρική δομή πιο αριστερά σε σχέση με αυτά που θα έχουν γεννηθεί αργότερα. Σε αυτή την περίπτωση, που για κάθε κόμβο υπάρχει μία γραμμική σχέση μεταξύ των παιδιών του κόμβου αυτού, αναφερόμαστε σε ένα **διατεταγμένο** δένδρο.

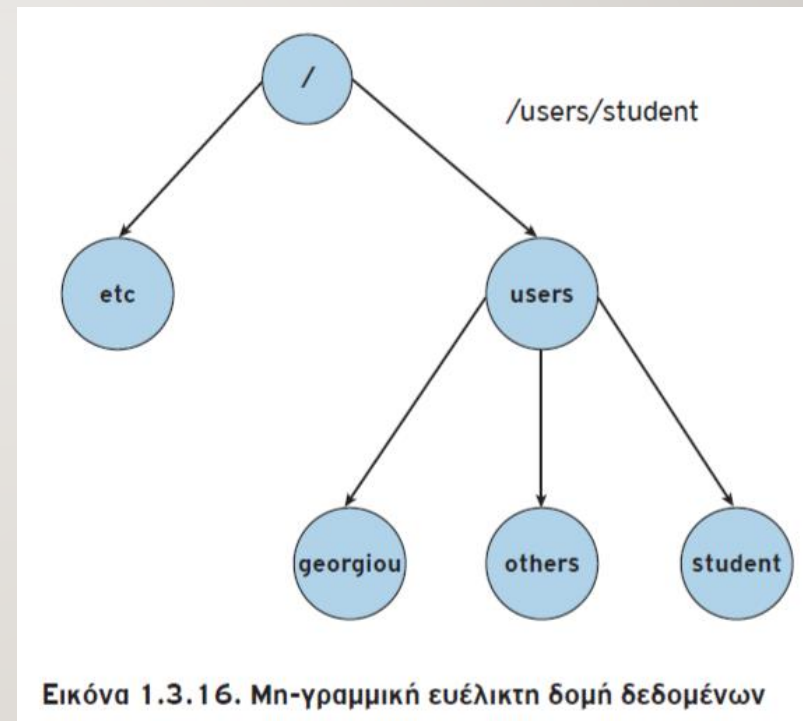
# ΔΕΝΔΡΑ: ΜΙΑ ΙΣΧΥΡΗ ΔΟΜΗ ΔΕΔΟΜΕΝΩΝ

---

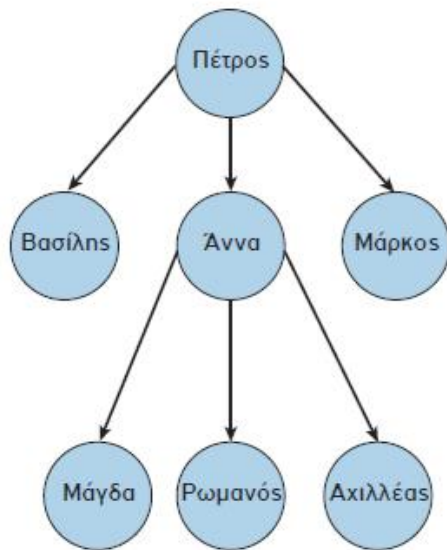
- Τα δένδρα είναι μία μη-γραμμική ευέλικτη δομή δεδομένων που χρησιμοποιούνται σε πολλούς τομείς της επιστήμης των υπολογιστών, συμπεριλαμβανομένων των λειτουργικών συστημάτων, των γραφικών, των συστημάτων βάσεων δεδομένων, των παιχνιδιών, της τεχνητής νοημοσύνης και της δικτύωσης υπολογιστών.
- Έχετε σκεφτεί γιατί υπάρχουν όμως τόσα δένδρα; Υπάρχουν δύο λόγοι για τους οποίους τα δένδρα είναι τόσο ισχυρά.
  - Ο πρώτος λόγος αναφέρεται στη δυναμικότητα των δένδρων. Είναι πολύ εύκολο να προσθέσετε, να αφαιρέσετε ή να αναζητήσετε ένα στοιχείο σε ένα δένδρο, όπως θα δούμε στη συνέχεια.
  - Ο δεύτερος βασικός λόγος είναι ότι η δομή των δένδρων μεταφέρει πληροφορίες.

# ΔΕΝΔΡΑ: ΜΙΑ ΙΣΧΥΡΗ ΔΟΜΗ ΔΕΔΟΜΕΝΩΝ

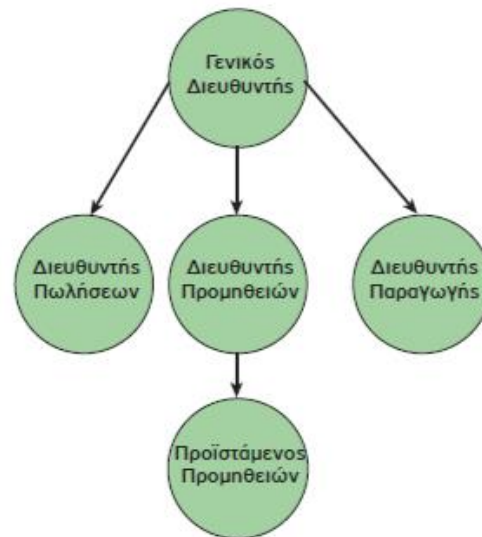
- Για παράδειγμα είναι πολύ εύκολο να προσθέσετε ένα νέο κατάλογο για τον καθηγητή “georgiou”.
- Επίσης, λόγω του ότι ο κατάλογος “users” είναι παιδί της ρίζας “/” και ότι ο κατάλογος “student” είναι παιδί του “users” μπορούμε να συμπεράνουμε ότι υπάρχει η διαδρομή “/users/student”.



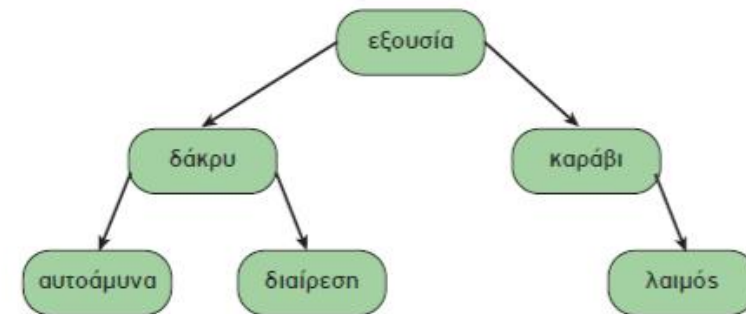
# ΤΑ ΔΕΝΔΡΑ ΩΣ ΑΝΑΠΑΡΑΣΤΑΣΕΙΣ ΔΕΔΟΜΕΝΩΝ ΠΡΑΓΜΑΤΙΚΟΥ ΚΟΣΜΟΥ



α. Οικογενειακό δένδρο



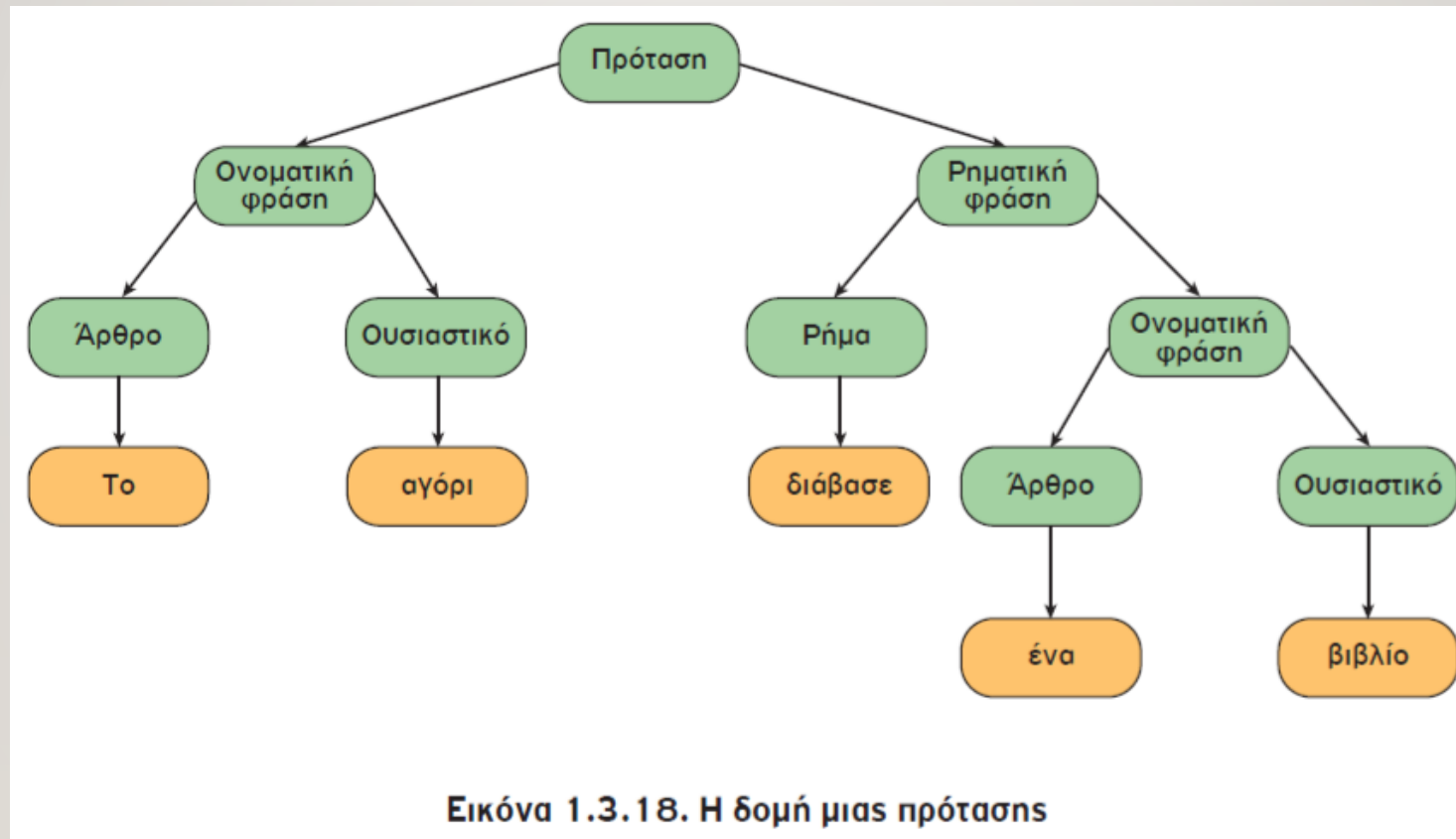
β. Οργανόγραμμα μιας εταιρείας



γ. Οργάνωση ενός λεξικού

Εικόνα 1.3.17.

# ΤΑ ΔΕΝΔΡΑ ΩΣ ΑΝΑΠΑΡΑΣΤΑΣΕΙΣ ΔΕΔΟΜΕΝΩΝ ΠΡΑΓΜΑΤΙΚΟΥ ΚΟΣΜΟΥ



# ΤΑ ΔΕΝΔΡΑ ΩΣ ΒΑΣΗ ΑΛΓΟΡΙΘΜΩΝ ΕΠΙΛΥΣΗΣ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΟΣ

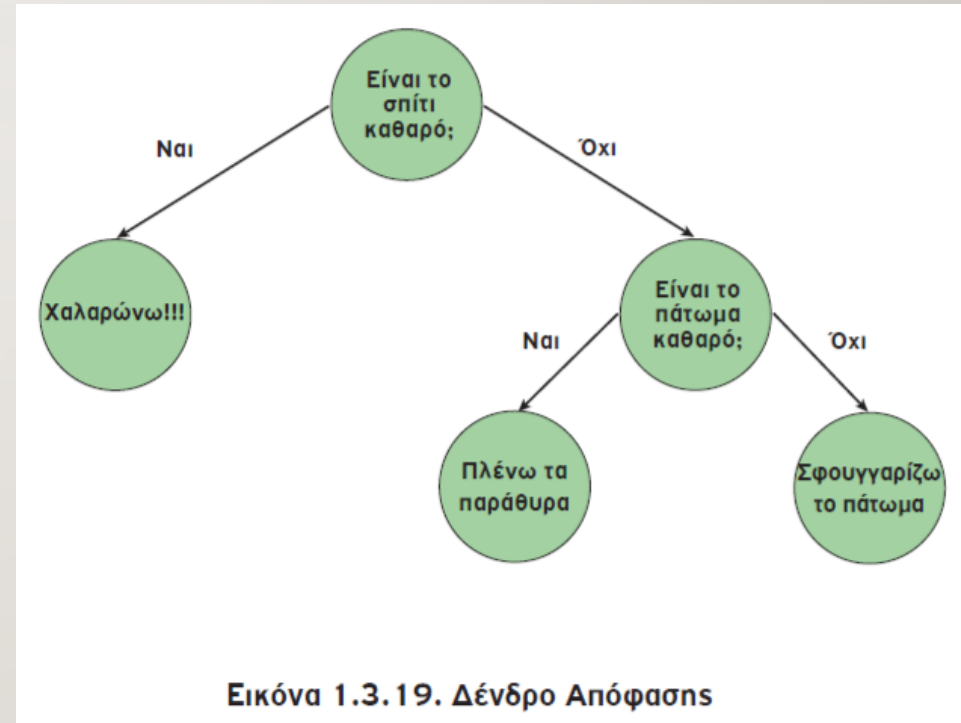
---

- Τα δένδρα, πέρα από μια αποτελεσματική οργάνωση και διαχείριση δεδομένων, αποτελούν τη βάση αρκετών αλγορίθμων επίλυσης προβλήματος, όπως είναι για παράδειγμα
  - η συμπίεση εικόνων,
  - η ταξινόμηση,
  - η αυτόματη συμπλήρωση λέξεων σε συσκευές κινητών τηλεφώνων,
  - η μεταγλώττιση ενός προγράμματος και
  - η λήψη αποφάσεων.



# ΔΕΝΔΡΑ ΑΠΟΦΑΣΕΩΝ

- Κάποια στιγμή θα κληθείτε να πάρετε αποφάσεις λαμβάνοντας υπόψη κάποιους παράγοντες. Μήπως θα σας βοηθούσε ένα δένδρο απόφασης παρόμοιο με αυτό που εμφανίζεται στη διπλανή εικόνα; Ειδικότερα, η μεθοδολογία των δένδρων αποφάσεων έχει γίνει ιδιαίτερα δημοφιλής σε περιπτώσεις ιατρικών διαγνώσεων.



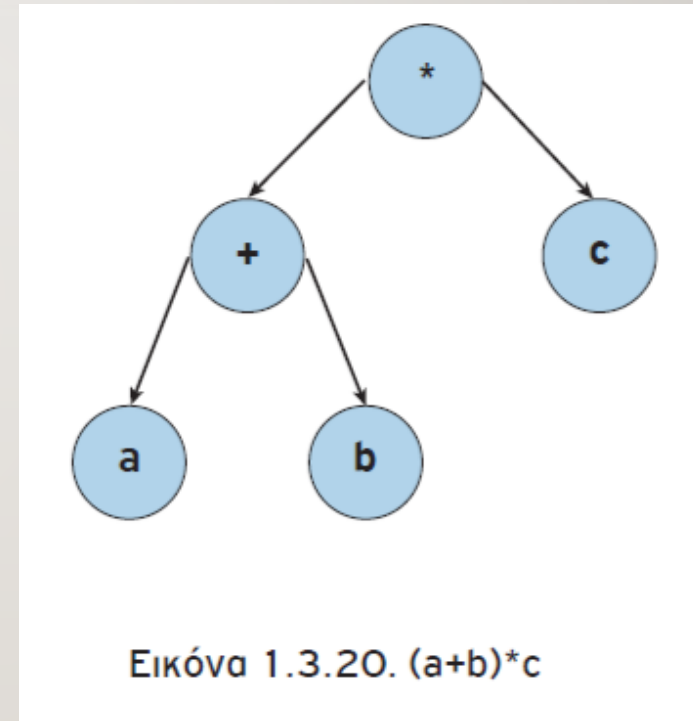
# ΔΕΝΔΡΑ ΑΠΟΦΑΣΕΩΝ

---

- Τα δένδρα απόφασης, όπως πολύ εύκολα μπορείτε να συμπεράνετε από την προηγούμενη εικόνα, είναι δένδρα στα οποία κάθε κόμβος αντιπροσωπεύει ένα **χαρακτηριστικό** (ιδιότητα), κάθε ακμή αντιπροσωπεύει μια **απόφαση** (κανόνα) και κάθε φύλλο αντιπροσωπεύει ένα **αποτέλεσμα**.
- Στους αλγορίθμους **μηχανικής μάθησης** (machine learning) τα δένδρα απόφασης έχουν πρωτεύοντα ρόλο.

# ΔΕΝΔΡΑ ΠΑΙΧΝΙΔΙΩΝ ΚΑΙ ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΩΝ

- Για παιχνίδια στον υπολογιστή, όπως είναι το σκάκι, η τρίλιζα, το τάβλι και πολλά άλλα, χρησιμοποιούν ένα ειδικό δένδρο, που ονομάζεται **δένδρο του παιχνιδιού** (game tree), το οποίο μοντελοποιεί όλες τις πιθανές κινήσεις των παικτών για να σας νικήσει.
- Διαδομένα είναι επίσης τα δένδρα για την αναπαράσταση και κατ' επέκταση τον υπολογισμό αριθμητικών εκφράσεων.



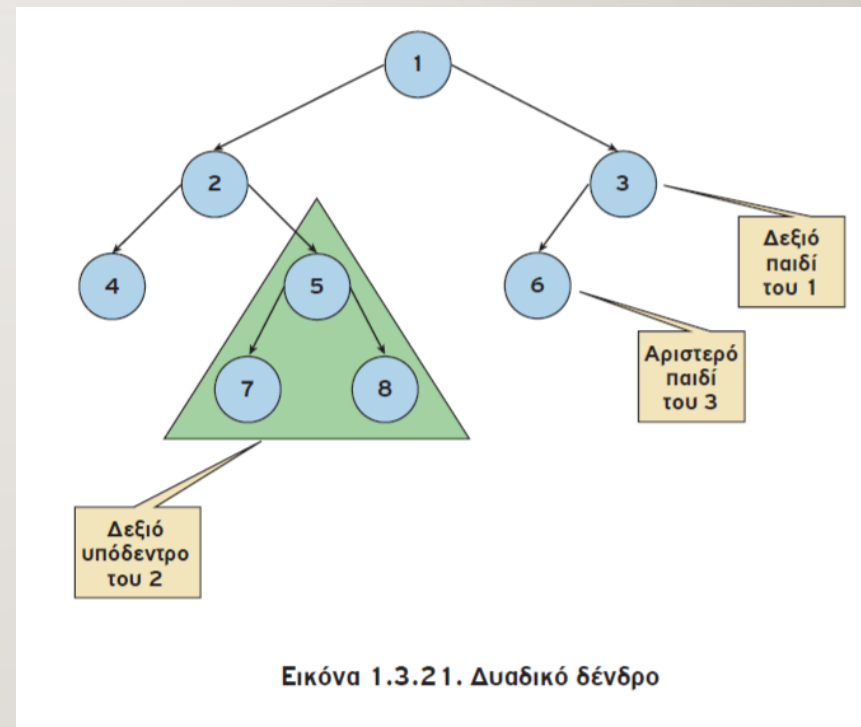
# ΔΥΑΔΙΚΑ ΔΕΝΔΡΑ

---

ΔΥΑΔΙΚΑ ΔΕΝΔΡΑ & ΔΥΑΔΙΚΑ ΔΕΝΔΡΑ ΑΝΑΖΗΤΗΣΗΣ

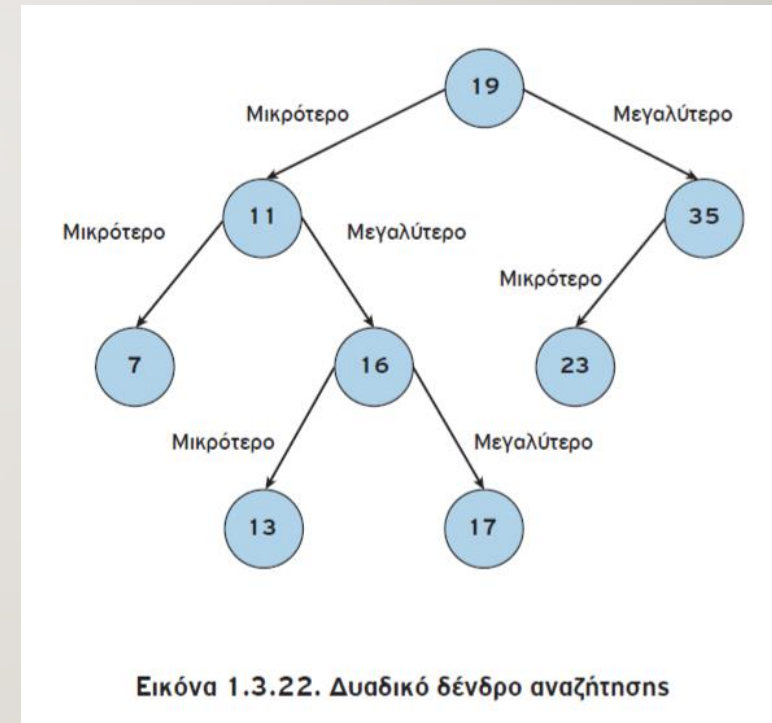
# ΔΥΑΔΙΚΑ ΔΕΝΔΡΑ

- Ένα **δυναδικό δένδρο** (binary tree) είναι ένα διατεταγμένο δένδρο, στο οποίο κάθε κόμβος έχει το πολύ δύο παιδιά, το αριστερό και το δεξί παιδί. Μπορούμε, συνεπώς, να μιλάμε για αριστερό και δεξιό υποδένδρο ενός κόμβου.
- Στο δυναδικό δένδρο της διπλανής εικόνας, ο κόμβος 3 έχει ως αριστερό υποδένδρο, το δένδρο με μοναδικό κόμβο το 6 και ως δεξιό υποδένδρο, το κενό δένδρο. Προφανώς, ανανταλλάξουμε το αριστερό με το δεξιό υποδένδρο ενός κόμβου παίρνουμε ένα διαφορετικό δένδρο.

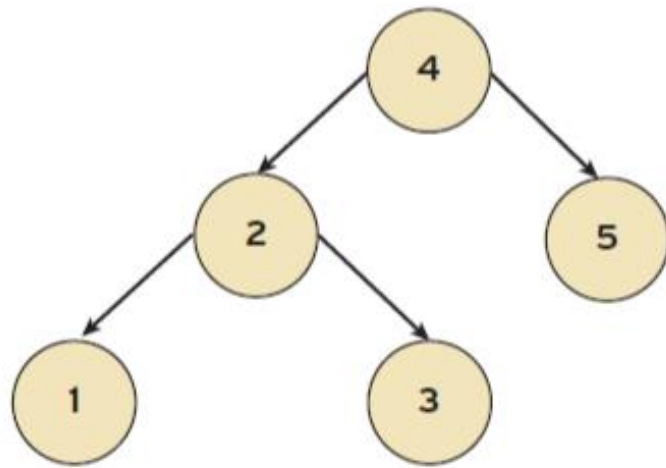


# ΔΥΑΔΙΚΑ ΔΕΝΔΡΑ ΑΝΑΖΗΤΗΣΗΣ

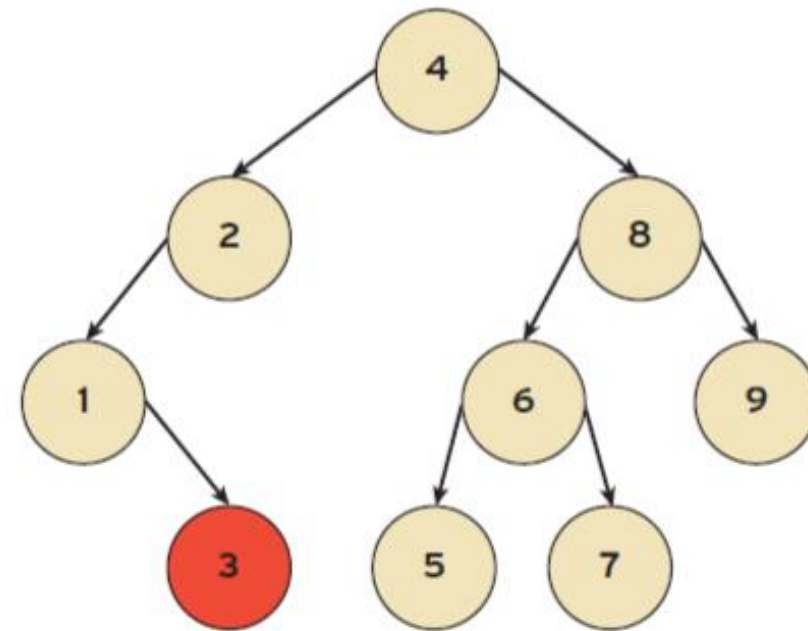
- Ένα **δυναδικό δένδρο αναζήτησης** (binary search tree) είναι ένα δυναδικό δένδρο, όπου για κάθε κόμβο  $u$ , όλοι οι κόμβοι του αριστερού υποδένδρου έχουν τιμές μικρότερες της τιμής του κόμβου  $u$  και όλοι οι κόμβοι του δεξιού υποδένδρου έχουν τιμές μεγαλύτερες (ή ίσες) της τιμής του κόμβου  $u$ . Για λόγους απλούστευσης θεωρούμε ότι δεν υπάρχουν τιμές ίσες με την τιμή του κόμβου  $u$ .
- Στην διπλανή εικόνα παρουσιάζεται το παράδειγμα ενός δυναδικού δένδρου αναζήτησης.



# ΔΥΑΔΙΚΑ ΔΕΝΔΡΑ ΑΝΑΖΗΤΗΣΗΣ



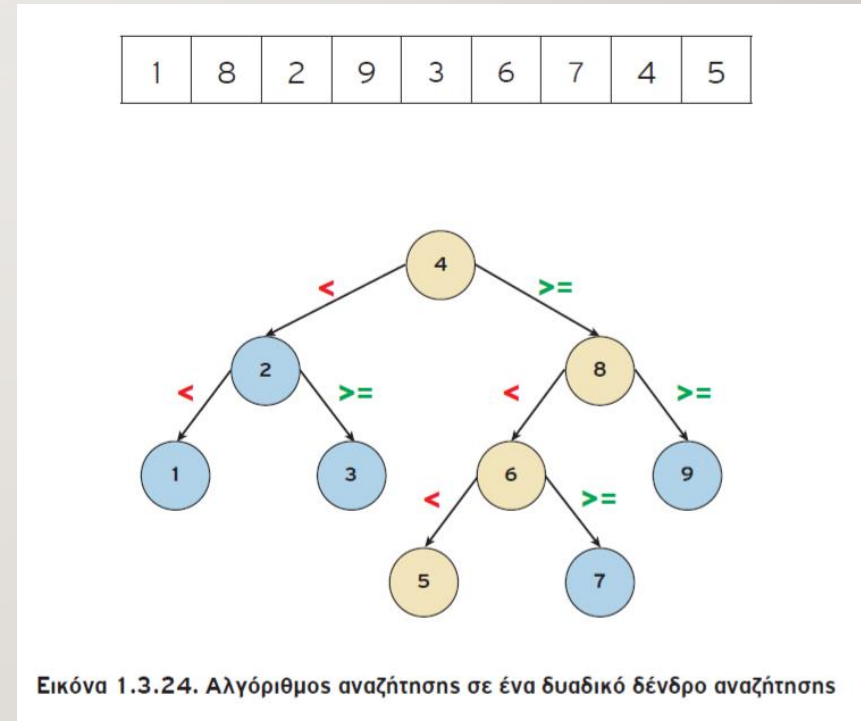
Εικόνα 1.3.23. α: Δυαδικό δένδρο αναζήτησης



β: Μη δυαδικό δένδρο αναζήτησης

# ΔΥΑΔΙΚΑ ΔΕΝΔΡΑ ΑΝΑΖΗΤΗΣΗΣ – ΑΛΓΟΡΙΘΜΟΣ ΑΝΑΖΗΤΗΣΗΣ

- Αρχικά, συγκρίνετε τη ρίζα του δένδρου (δηλαδή το 4) με το υπό αναζήτηση στοιχείο (δηλαδή το 5). Ο αριθμός που αναζητάτε είναι μεγαλύτερος από τη ρίζα. Συνεπώς συνεχίζετε με το δεξιό υποδένδρο και αγνοείτε το αριστερό υποδένδρο. Στη συνέχεια, συγκρίνετε το 8 με το 5. Επειδή το 8 είναι μεγαλύτερο από το 5, συνεχίζετε με το αριστερό υποδένδρο. Κατόπιν, συναντάτε το 6 που είναι και αυτό μεγαλύτερο από το 5. Μεταβαίνετε, λοιπόν, στο αριστερό υποδένδρο του 6, όπου βρίσκετε το στοιχείο 5 που αναζητάτε.



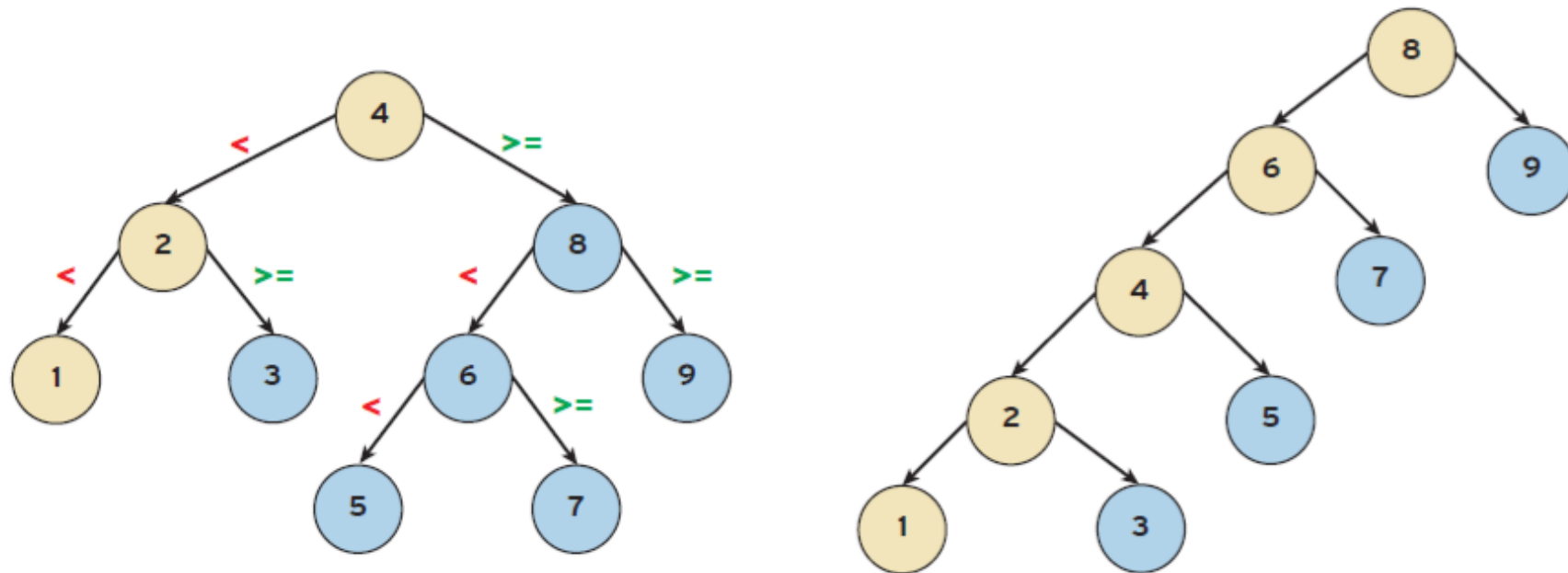


# ΔΥΑΔΙΚΑ ΔΕΝΔΡΑ ΑΝΑΖΗΤΗΣΗΣ – ΙΣΟΡΡΟΠΗΜΕΝΑ ΔΕΝΔΡΑ

---

- Με βάση τον αλγόριθμο αυτό, μειώνουμε δραματικά τον χρόνο για να βρούμε το στοιχείο που ψάχνουμε και αυτό διότι περιορίζουμε αισθητά τους κόμβους τους οποίους επισκεπτόμαστε. Κάθε φορά αφήνουμε στην άκρη ένα υποδένδρο και συνεχίζουμε με το άλλο.
- Χωρίς να αναφερθούμε διεξοδικά στα ισορροπημένα δένδρα, αν θέλουμε να έχουμε γρήγορους αλγόριθμους αναζήτησης πρέπει να αποθηκεύουμε τις τιμές στα δυαδικά δένδρα αναζήτησης με έναν συγκεκριμένο τρόπο.

# ΔΥΑΔΙΚΑ ΔΕΝΔΡΑ ΑΝΑΖΗΤΗΣΗΣ – ΙΣΟΡΡΟΠΗΜΕΝΑ ΔΕΝΔΡΑ



Εικόνα 1.3.25. Η σημασία της δομής ενός δυαδικού δένδρου αναζήτησης στην εύρεση στοιχείων

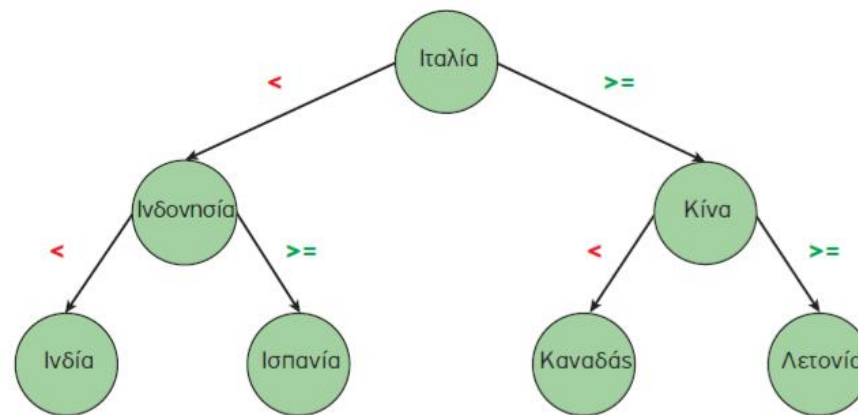
# ΔΥΑΔΙΚΑ ΔΕΝΔΡΑ ΑΝΑΖΗΤΗΣΗΣ – ΠΛΕΟΝΕΚΤΗΜΑΤΑ

---

- Τα δυαδικά δένδρα αναζήτησης συνδυάζουν τα πλεονεκτήματα των λιστών, όσον αφορά τις πράξεις της εισαγωγής και της διαγραφής, αλλά και τα πλεονεκτήματα των ταξινομημένων πινάκων, όσον αφορά την πράξη της αναζήτησης.
- Φανταστείτε ότι μετατρέπετε έναν ταξινομημένο πίνακα σε ένα δυαδικό δένδρο, όπως παρουσιάζεται στην παρακάτω εικόνα. Αυτό μας δίνει τη δυνατότητα να αναζητήσουμε ένα στοιχείο το ίδιο γρήγορα όσο και σε έναν ταξινομημένο πίνακα αλλά και να εισαγάγουμε και να διαγράψουμε εύκολα ένα στοιχείο ακριβώς επειδή δουλεύουμε με δένδρα και όχι με πίνακες.

# ΔΥΑΔΙΚΑ ΔΕΝΔΡΑ ΑΝΑΖΗΤΗΣΗΣ – ΠΛΕΟΝΕΚΤΗΜΑΤΑ

Ινδία	Ινδονησία	Ισπανία	Ιταλία	Καναδάς	Κίνα	Λετονία
-------	-----------	---------	--------	---------	------	---------



Εικόνα 1.3.26. Αναζήτηση σε ταξινομημένο πίνακα και σε δυαδικό δένδρο αναζήτησης

# ΔΕΝΔΡΑ

---

ΠΛΗΡΟΦΟΡΙΚΗ - Γ' ΟΙΚΟΝΟΜΙΑΣ & ΠΛΗΡΟΦΟΡΙΚΗΣ  
ΣΥΜΠΛΗΡΩΜΑΤΙΚΟ ΕΚΠΑΙΔΕΥΤΙΚΟ ΥΛΙΚΟ

(Παρ. 1. 3.2, σελ. 43 – 53)

